

Лабораторная работа 1.01

Определим плотность твердого тела

Цель работы: изучить методики проведения простейших физических измерений, а также основных методов оценки погрешностей прямых и косвенных измерений.

Задание: определить плотность твердого тела и вычислить погрешности проведенных измерений.

Подготовка к выполнению лаб. работы: изучить основные положения теории погрешностей и ознакомиться с измерительной аппаратурой.

Теория.

Плотность — отношение массы к объему тела.

Если тело однородно, то его плотность вычисляется по формуле:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

где m — масса тела, а V — объем. Массу измеряют на весах, а объем, соответственно, измеряя его линейные размеры.

Исходя из вышесказанного следует, что для измерения плотности тела необходимо произвести ряд физических измерений. Измерения, в свою очередь, делятся на прямые и косвенные. При прямых измерениях определяемая величина

сравнивается непосредственно с единицей измерения самого прибора. Например, мы можем измерить размер предмета с помощью обычной линейки, а промежуток времени - секундомером. Все это - прямые измерения.

При косвенных измерениях истинные величины не измеряются напрямую, а выводятся посредством выявления зависимости между нею и некоторыми прямыми измеримыми параметрами. Например, для нахождения объема тела мы прикладываем к нему воду в сосуде и на ее основе сообщаем некую зависимость и пишем формулу, по которой и вычислим объем.

Любые измерения всегда происходят с некоторой ошибкой - погрешностью. Обычно полученный при каких-либо измерениях результат записывают в виде $X \pm \Delta X$, где ΔX - абсолютная погрешность, характеризующая возможное отклонение значения от "истинного" результата. Погрешности подразделяют на систематические, погрешности приборов и случайные.

Систематические погрешности могут быть связаны с неправильной установкой измерительного прибора или его

неверной градуировкой. Также они появляются, если прибором в течение разных замеров (температуры).

Приборные погрешности связаны с несовершенством любого измерительного инструмента. Если значение величины прибора определяется по шкале (линейка, транспортир), погрешность считается равной половине цены деления шкалы. Для приборов с конической (и базирующей, микрометр) погрешность можно считать равной цене деления конуса. Погрешности для стрелочных приборов задается классом не точности,

случайные погрешности обуславливаются влиянием ряда случайных причин. Они зависят от условий измерений, особенностей объектов и т.д. Они неубираемы, ибо причины не могут быть устранены.

При однократных измерениях икорректируются случайные погрешности и в качестве абсолютной погрешности берется погрешность устройства/прибора.

Для повышения точности результата применяя многократные измерения одной и той же величины

$$X = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \text{ где } X_i - \text{результат } i\text{-ого измерения}$$

Если кол-во и измерений ограничено, то наиболее близким к этому значению является средний арифметическое заданной величины.

$$X_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i,$$

Можно оценить случайную погрешность, которая будет зависеть как от погрешности каждого измерения

$$\Delta X_i = |X_{\text{ср}} - X_i|,$$

так и от кол-ва измерений.

Как правило, для малой случайной погрешности при множественных измерениях берут среднюю квадратичную погрешность:

$$\Delta X_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta X_i)^2}{n(n-1)}}$$

Получив это, случайность принято рассчитывать по формуле:

$$\Delta X_{\text{сл}} = d_{n,p} \cdot \Delta X_{\text{кв}},$$

где $d_{n,p}$ зависит от кол-ва измерений n , так и от выбранного значения вероятностной вероятности P (вероятности того, что "истинное" значение величины попадет

в заданный интервал). Таблица значений $d_{n,p}$ для различных числа измерений:

| $n \backslash p$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 100 |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,5 | 1,00 | 0,82 | 0,71 | 0,64 | 0,61 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,60 |
| 0,7 | 1,96 | 1,39 | 1,25 | 1,19 | 1,16 | 1,15 | 1,14 | 1,14 | 1,14 | 1,14 |

Оценив случайную погрешность, следует сравнить ее с погрешностями других видов. Если она оказалась меньше приборной, то за абсолютную необходимо будет взять приборную погрешность.

Теория рекомендует рассчитывать окончательное значение по формуле:

$$\Delta X = \sqrt{(\Delta X_{\text{сл}})^2 + (\Delta X_{\text{пр}})^2}$$

Хотя иногда просто берут в к-ве ΔX большую из величин $\Delta X_{\text{сл}}$ и $\Delta X_{\text{пр}}$.

Для сравнительной оценки точности измерений используют также относительную погрешность измерений E , равную:

$$E = \frac{\Delta X}{X_{\text{ср}}} \quad - \text{ в процентах.}$$

В простейших случаях оценку абсолютной погрешности косвенного измерения нетрудно. Если, например, $A = x \pm y$, то

$$\Delta A = \Delta x + \Delta y$$

Сложнее всего, либо мы оцениваем максимальную возможную погрешность.

В более сложных случаях нужно определить относительную погрешность косвенного измерения. Пусть $A = F(x, y, z)$. Тогда $E = \frac{\Delta A}{A}$ можно записать как $E = \frac{dA}{A}$, с другой стороны $\frac{dA}{A} = d(\ln A)$;

$$E = d[\ln F(x, y, z)]$$

Пример:

$$A = \frac{c \cdot x^3 (y-z)}{y^2}; \text{ где } c - \text{некоторый известный параметр.}$$

$$\ln A = \ln c + 3 \ln x + \ln(y-z) - 2 \ln y$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{dc}{c} + 3 \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{(\Delta y + \Delta z)}{y-z} + 2 \frac{\Delta y}{y}$$

$$\Delta A = E \cdot A$$

Для оценки погрешности величин рекомендуется следующее правило: абсолютная погрешность такой величины берется равной половине единицы наименьшего разряда в числе. Так, например, для $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ $\Delta g = 0,05 \text{ м/с}^2$.

При записи результата любых измерений необходимо округлять значение абсолютной погрешности и сам результат. Необходимо начинать округление с погрешности. При этом округлять до одной значащей цифры. Однако, если она единица, то следует оставить две цифры.

Описание аппаратуры и методики измерений.

В данной работе определится плотность твердых тел цилиндрической формы, объем которых вычисляется по формуле:

$$V = H \cdot \frac{\pi D^2}{4}; \text{ где } H - \text{высота, } D - \text{диаметр.}$$

Плотность, согласно (1), равна:

$$\rho = \frac{4m}{\pi D^2 H}$$

Для относительной погрешности получаем:

$$E = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \cdot \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta H}{H}$$

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с методикой измерения линейных параметров иботинцирующей
2. Определить размеры исследуемого тела не менее пяти раз.
3. С помощью весов и разновесов определить массу тела не менее 3-х раз.
4. Записать результаты в таблицу:

| Измеряемая Величина | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Среднее Знач. | Сум. Поправки | Попеш. Прибора | Абсолютная погрешность измерения $\Delta D = 0,02$ |
|-------------------------------|--------|--------|--------|---|---|------------------|------------------|-------------------|---|
| $m_i, \text{г}$ | 36,65 | 36,60 | 36,65 | | | 36,63 | 0,02 | 0,05 | |
| $D_i, \text{мм}$ | 12,34 | 12,36 | 12,30 | | | | | | |
| $\Delta D_i, \text{мм}$ | 0,02 | 0,04 | 0,02 | | | | | | |
| $(\Delta D_i)^2, \text{мм}^2$ | 0,0004 | 0,0016 | 0,0004 | | | 12,32 | | 0,02 | $\Delta D = 0,04$ |
| $H_i, \text{мм}$ | 40,02 | 40,1 | 40,1 | | | | | | |
| $\Delta H_i, \text{мм}$ | 0,06 | 0,02 | 0,04 | | | | | | |
| $(\Delta H_i)^2, \text{мм}^2$ | 0,0036 | 0,0004 | 0,0016 | | | 40,06 | | 0,02 | $\Delta H = 0,03$ |
| $\Delta m_i, \text{г}$ | 0,02 | 0,03 | 0,02 | | | | | 0,02 | |
| $(\Delta m_i)^2, \text{г}^2$ | 0,0004 | 0,0009 | 0,0004 | | | | | | |

18.08

Обработка результатов:

1. Для $m_{\text{ср}} = 36,65; 36,60; 36,65 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 36,63 \text{ г}$

Для $D_{\text{ср}} = \frac{x_1 + x_2}{2} = 12,32 \text{ мм}$

Для $H_{\text{ср}} = \frac{x_1 + x_2}{2} = 40,08 \text{ мм}$

2. Для $m_{\text{от}} = \Delta X_i = |x_{\text{ср}} - x_m|; \Delta m_1 = |36,65 - 36,63| = 0,02 \text{ г}$

$\Delta m_2 = |36,63 - 36,60| = 0,03 \text{ г}$

$\Delta m_3 = |36,63 - 36,65| = 0,02 \text{ г}$

Для $D_{\text{от}} \Delta X_i = |x_{\text{ср}} - x_m| = \Delta D_i = |12,32 - 12,34| = 0,02 \text{ мм}$

$\Delta D_2 = |12,32 - 12,36| = 0,04 \text{ мм}; \Delta D_3 = |12,32 - 12,30| = 0,02 \text{ мм}$

$\Delta D_4 = |12,32 - 12,30| = 0,02 \text{ мм}; \Delta D_5 = |12,32 - 12,30| = 0,02 \text{ мм}$

Для $H_{\text{от}} \Delta X_i = |H_{\text{ср}} - H_i|; \Delta H_1 = |40,08 - 40,02| = 0,06 \text{ мм}$

$\Delta H_2 = |40,08 - 40,10| = 0,02 \text{ мм}; \Delta H_3 = |40,08 - 40,12| = 0,04 \text{ мм}$

$\Delta H_4 = |40,08 - 40,05| = 0,03 \text{ мм}; \Delta H_5 = |40,08 - 40,01| = 0,07 \text{ мм}$

3. $\Delta X_{\text{кв}} \text{ для } m_i = \sqrt{\frac{0,02^2 + 0,02^2 + 0,03^2}{3(3-1)}} \approx 0,02 \text{ мм}^2$

$\Delta X_{\text{кв}} \text{ для } D_i = \sqrt{\frac{0,02^2 + 0,04^2 + 0,02^2 + 0,02^2 + 0,02^2}{5(5-1)}} \approx 0,02 \text{ мм}$

$\Delta X_{\text{кв}} \text{ для } H_i = \sqrt{\frac{0,06^2 + 0,02^2 + 0,04^2 + 0,03^2 + 0,07^2}{5(5-1)}} \approx 0,03 \text{ мм}$

$\Delta X_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta X_i)^2}{n \cdot (n-1)}}$

$$4. \Delta X_{rel} = a_{n,p} \Delta X_{me}, P = 0,7.$$

$$D_{л} m_i = 1,39 \cdot 0,02 = 0,0278 \text{ м}$$

$$D_{л} D_i = 1,19 \cdot 0,02 = 0,0238 \text{ мм}$$

$$D_{л} H_i = 1,18 \cdot 0,03 = 0,0354 \text{ мм}$$

6.

$$D_{л} m; X_{ком} = \sqrt{(0,027)^2 + (0,02)^2} = 0,034 \text{ м}$$

$$D_{л} D; X_{ком} = \sqrt{(0,023)^2 + (0,02)^2} = 0,031 \text{ мм}$$

$$D_{л} H; X_{ком} = \sqrt{(0,035)^2 + (0,02)^2} = 0,041 \text{ мм}$$

8) Плотность.

$$p = \frac{m}{\pi D^2 H} = \frac{4 \cdot 36,63}{3,14 \cdot (12,32)^2 \cdot 40,08} = 0,0076 \text{ г/мм}^3 \rightarrow 7600 \text{ кг/м}^3$$

9) Относит. погрешность измерения.

$$E = \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta H}{H} =$$

$$= \frac{0,003}{36,63} + \frac{0,005}{3,14} + 2 \cdot \frac{0,02}{12,32} + \frac{0,04}{40,08} \approx 0,0082$$

10)

$$\Delta p = 0,0082 \cdot 7600 \approx 62 \text{ кг/м}^3$$

$$p = 7600 \text{ кг/м}^3$$

Отв: $(7600 \pm 62) \text{ кг/м}^3$

Вывод: в ходе выполнения лабораторной работы мы получили величину погрешности измерения.

$$p = 7640 \text{ кг/м}^3 \rightarrow 0,00764 \text{ г/мм}^3$$

$$E = 0,0082$$

$$p = 7640 \text{ кг/м}^3 \rightarrow 0,00764 \text{ г/мм}^3$$

$$\Delta p = 0,0082 \cdot 7640 = 62,6 \text{ кг/м}^3$$

$$\Delta p = 62,6 \text{ кг/м}^3$$

$$(7640 \pm 62) \text{ кг/м}^3$$

1.0.

1.01 (12 и 5)

⑫ Округляется как значение результата, так и погрешности. Точность округляется в первую очередь. Обычно, ее округляют до первой значащей цифры, но если это единица, то округляется две цифры.

Результат округляется так, что последняя значащая цифра должна быть того же порядка, что и погрешность, более мелкие отбрасываются.

⑮ Многократные измерения проводятся с целью минимизации погрешности и вычисления средних значений результатов измерения.